



Consolider les finances publiques : quelques enseignements simples de la théorie du contrôle optimal

Adrien Auclert, université de Stanford, **Thomas Philippon**, université de New York, **et Xavier Ragot**, Science Po, Observatoire français des conjonctures économiques, et membres du CAE

Ce *Focus* présente un modèle simple de la dynamique des finances publiques qui contient les éléments essentiels utilisés par les analystes de la conjoncture économique. Le modèle distingue le déficit conjoncturel et le déficit structurel, et postule que ce dernier évolue lentement sous l'effet d'impulsions budgétaires décidées par le gouvernement. Ces impulsions budgétaires ont un effet multiplicateur sur la conjoncture, capturé par un paramètre m . Ce modèle capture ainsi, en trois simples équations, l'essentiel de la pratique des finances publiques.

Le *Focus* considère ensuite, dans ce modèle, le problème de consolidation optimale des finances publiques. Partant d'une situation initiale de déficit primaire, un gouvernement souhaite, d'une part, lisser les effets négatifs sur la conjoncture dans le temps, et d'autre part, éviter une trop forte hausse de la dette. Dans le cas où le taux d'intérêt r est égal au taux de croissance potentielle g^* , la solution de ce problème, obtenue par une méthode de contrôle optimal, montre que la consolidation optimale est plus importante au début et qu'elle diminue linéairement avec le temps, avec une vitesse qui dépend de l'importance λ/m^2 apportée du coût de la dette relativement à la taille du multiplicateur.

Le *Focus* discute enfin des considérations pratiques imposées par une situation où $r = g^*$, qui approxime bien le cas de la France. En se donnant un niveau de dette tolérable en fin de consolidation, ainsi qu'un niveau tolérable d'impulsion budgétaire initiale, on peut ainsi borner l'horizon optimal de consolidation T et donc l'importance implicite λ/m^2 que le planificateur apporte au niveau de dette.

Appliqué au cas de la France en 2024, dont le déficit structurel primaire de 3,2 points de PIB et le niveau de dette de 110 points de PIB, en se donnant une consolidation maximale de 1 point en première année et un niveau de dette maximal de 120 points de PIB, on obtient un horizon optimal de consolidation de $T = 7$ années. L'ajustement peut aller jusqu'à 12 ans si l'on tolère une dette maximale de 125 points de PIB, et/ou si l'on souhaite une consolidation minimale de 0,5 points en première année.

Modèle

Nous présentons ici un modèle canonique de trajectoire des finances publiques. Similaire à celui utilisé par les analystes de la conjoncture, il capture les concepts essentiels en pratique. Ce modèle est, par exemple, enseigné à l'Institut national du service public (ex-ENA) et sous-tend le modèle d'observation de la dette publique à l'OFCE (DebtWatch)¹.

Le modèle est en temps continu, ce qui facilite une solution analytique et des intuitions graphiques. On écrit l'équation de la dynamique du ratio de dette sur le PIB potentiel b_t de la façon suivante :

$$b'_t = (r_t - g_t^*) b_t + d_t - \epsilon OG_t \quad (1)$$

Ici, b'_t est la dérivée du ratio dette/PIB par rapport au temps, r_t est le taux d'intérêt réel instantané, g_t^* le taux de croissance potentielle instantané, et on sépare le déficit primaire entre une composante structurelle d_t , pilotée par le gouvernement, et une composante conjoncturelle, que l'on suppose avoir une élasticité de ϵ par rapport à l'écart de production OG_t (un écart de production de 1 point améliore le ratio de déficit sur PIB de ϵ points.)

Le gouvernement a une dette initiale de $b_0 = b$ points de PIB, et un déficit primaire structurel initial de $d_0 = d$ points de PIB. Il choisit le sentier de l'impulsion budgétaire IB_t , qui affecte la dérivée de la trajectoire du déficit structurel primaire relativement au PIB d'_t :

$$d'_t = IB_t \quad (2)$$

Ainsi, quand IB_t est négatif, le déficit structurel primaire s'améliore progressivement relativement au PIB. Par exemple, une IB négative correspond à une situation où la croissance des dépenses publiques est plus faible que la croissance du PIB potentielle et/ou le taux de prélèvements obligatoires augmente, soit deux façons de réaliser une consolidation budgétaire².

Cependant, une impulsion budgétaire a un impact sur l'écart de production par le biais du multiplicateur des dépenses publiques m , à savoir :

$$OG_t = m \cdot IB_t \quad (3)$$

Ainsi, une impulsion budgétaire négative diminue le PIB relativement au PIB potentiel³. Cette équation présuppose que la politique monétaire n'accommode pas suffisamment la consolidation budgétaire en baissant les taux d'intérêts, hypothèse qui est réaliste dans le cadre d'une union monétaire. Notons qu'en principe, le multiplicateur m dépend du type de consolidation qui est conduite (par les dépenses ou par les recettes) et est fonction du type de dépense que l'on réduit et du type de recette que l'on augmente. Dans un modèle keynésien simple, par exemple, m est plus élevé pour les dépenses que pour les recettes, mais la littérature empirique ne trouve pas de différence évidente entre les deux. Dans le cas qui nous concerne, m est un paramètre que l'on prend comme donné, mais sa place centrale dans le modèle montre l'importance de son évaluation empirique en pratique.

Le problème de la consolidation optimale

Nous nous plaçons dans le cas où $r_t = g_t^*$, qui est une bonne approximation pour la France et donne des résultats particulièrement simples et intuitifs⁴. Le gouvernement cherche à stabiliser le ratio de dette sur PIB, après un horizon optimal de consolidation T , à un certain niveau b_t . Les équations (1) à (3) impliquent que l'on doit avoir $d_t = OG_t = IB_t = 0$ pour $t \geq T$.

¹ Voir <https://ofce.shinyapps.io/debtwatchr/>.

² On peut écrire $d'_t = G_t/Y_t^* - \tau_t$ où G_t est le niveau de dépense réel du gouvernement, G_t le PIB potentiel, et τ_t le taux de taxe. Ainsi, $IB_t = d'_t = G_t/Y_t^*(g_{Gt} - g_t^*) - \tau_t$ où $g_{Gt} = G_t/G_t^*$ est le taux de croissance des dépenses publiques et g_t^* celui du taux de croissance potentielle. Une impulsion budgétaire de -1 point par an correspond donc soit à une augmentation du taux de taxe de 1 point, ou bien à un taux de croissance des dépenses publique plus faible que le taux de croissance potentiel de $1/(G/Y)$ points – soit en pratique en France environ 1,8 point (puisque $G/Y = 0,55$ en 2023.)

³ L'output gap $OG_t = (Y_t - Y_t^*)/Y_t^*$ est l'écart relatif entre le PIB Y_t et le PIB potentiel Y_t^* .

⁴ L'hypothèse $r = g^*$ est cohérente avec l'expérience française en moyenne depuis les années 1970. Voir Auclert A., T. Philippon et X. Ragot (2024) : « Quelle trajectoire pour les finances publiques françaises ? », *Note du CAE*, juillet. En pratique, il existe un effet d'aubaine $r_t < g_t^*$ sur la période 2024-2030, qui limite légèrement l'augmentation de la dette liée à une consolidation, par rapport aux calculs effectués dans ce Focus.

Consolider les finances publiques : une approche par le contrôle optimal

Il faut donc réaliser une série d'impulsions budgétaires négatives IB_t pour ramener progressivement le déficit de $d_0 = d$ à $d_T = 0$. Nous imposons la contrainte que $IB_t \leq 0$, c'est-à-dire que l'effort soit soutenu tout au long de la consolidation. Le problème est de déterminer un horizon optimal de consolidation T ainsi que la trajectoire optimale des finances publiques IB_t pour $t < T$.

Le gouvernement souhaite minimiser la dette en fin de consolidation b_T , mais veut aussi lisser dans le temps l'écart de production, que l'on suppose avoir un coût quadratique⁵. Ainsi, le problème de consolidation optimale s'écrit :

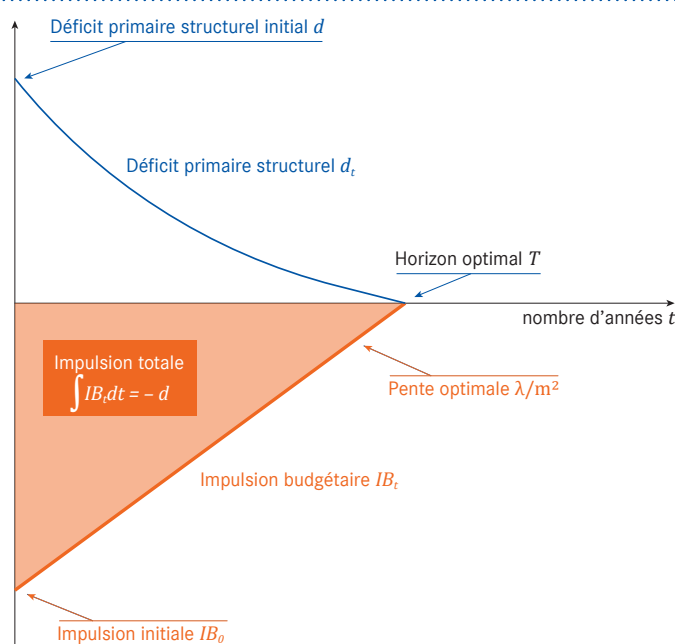
$$\min \frac{1}{2} \int_0^T OG_t^2 dt + \lambda b_T \quad (4)$$

Ici, λ représente le coût social d'un point supplémentaire de dette (lié aux engagements externes du pays, au risque de remontée des taux d'intérêts, aux effets d'évictions, etc.) relativement à celui de lisser l'*output gap*. Le gouvernement choisit le sentier des impulsions budgétaires $IB_t \leq 0$ pour minimiser l'objectif (4) en respectant les contraintes macroéconomiques (1), (2), (3) ainsi que la condition au bord $\int_0^T IB_t dt = -d$.

La solution

Le contrôle optimal donne la solution représentée sur la figure 1.

Figure 1. Solution de consolidation optimale



À l'optimum, l'impulsion budgétaire prend la forme :

$$IB_t = \frac{\lambda}{m^2} (t - T) \quad (5)$$

L'intuition est qu'on souhaite lisser l'impulsion budgétaire dans le temps, mais une impulsion budgétaire retardée de t années augmente la dette de t points de plus qu'une impulsion budgétaire immédiate, donc l'impulsion est maximale au début et diminue ensuite linéairement avec le temps. La condition au bord, qui impose que le déficit primaire soit résorbé en fin de consolidation, est :

$$\frac{T \times IB_0}{2} = -d \quad (6)$$

⁵ L'hypothèse de coût quadratique de l'*output gap* peut être vue comme l'approximation de deuxième ordre d'un problème de maximisation de l'utilité des citoyens. Voir, par exemple, Woodford (2003) : « Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy ».

Graphiquement, cette condition dit que l'aire du triangle orange sur la figure 1 est égale au déficit primaire structurel initial d .

Enfin, le sentier du déficit structurel est $d_t = d((t-T)/T)^2$, ce qui implique que la dette en fin de consolidation est donnée par

$$b_T = b + \epsilon md + dT/3$$

Intuitivement, la consolidation a un effet incompressible sur la dette terminale de ϵmd du fait des déficits conjoncturels à réaliser. En plus de cela, un horizon de consolidation de T années crée une augmentation supplémentaire de la dette égale à l'intégrale sous le sentier du déficit structurel (en bleu sur la figure 1), à savoir $\Delta b = dT/3$.

Le modèle a l'implication pratique suivante sur la détermination de l'horizon de consolidation. D'une part, l'équation (6) implique :

$$T = \frac{2d}{|IB_0|}$$

Étant donné un déficit structurel initial de d , une impulsion budgétaire initiale maximale de x points donne donc un horizon de consolidation minimal de $2d/x$.

Par ailleurs, nous avons :

$$T = \frac{3\Delta b}{d}$$

Si on se donne une augmentation maximale de la dette de y points, on a donc un horizon maximal de consolidation de $3y/d$. Ainsi, on obtient une borne pour l'horizon optimal de consolidation de $2d/x \leq T \leq 3y/d$. Implicite, ces considérations définissent une borne sur le ratio λ/m^2 de coût de la dette relativement au multiplicateur des dépenses publiques.

Application : la France en 2023

Le Trésor estime que la France avait, en 2023, un déficit primaire structurel de $d = 3,2$ points de PIB⁶. L'ajustement structurel primaire maximal réalisable en une année se situe autour de $x = 1$ point de PIB. On a donc $T \geq 2 \times 3,2/1 = 6,4$ années. Par ailleurs, la France part, en 2023, d'un niveau de dette de 110 points de PIB. Avec une élasticité du déficit conjoncturel à l'*output gap* de $\epsilon = 0,57$ et un multiplicateur de $m = 1$, la consolidation requiert une augmentation minimale de la dette de $\epsilon = 0,57 \times 1 \times 3,2$ points, ce qui la porterait à 111,8 points. En se donnant comme ligne rouge un taux maximal de dette de 120 points de PIB en fin de consolidation, qui correspond à $\Delta b = 120 - 111,8 = 8,2$ points, on a donc $y = 8,2$. Ceci implique alors $T \leq (3 \times 8,2)/3,1 = 7,9$ années. L'horizon optimal de consolidation est donc de 7 ans, ce qui correspond à un poids implicite sur la dette relativement aux multiplicateurs de $\lambda/m^2 = 2d/T^2 = (2 \times 3,1)/7^2 = 0,12$, à une impulsion budgétaire initiale de $-\lambda/m^2 \times T = 0,84$ points de PIB, et à un niveau de dette en fin de consolidation de $b_T = b + \epsilon md + dT/3 = 110 + 1,8 + (3,1 \times 7)/3 = 119$ points de PIB.

La figure 2 présente l'effet simulé, dans notre modèle, d'une consolidation à divers horizons sur le ratio de dette publique en fin de consolidation, l'ajustement budgétaire initial, et le chômage (on obtient ce dernier en faisant l'hypothèse d'un multiplicateur du chômage à l'impulsion budgétaire de 0,8).

En visant un ajustement budgétaire initial légèrement inférieur à un point de PIB, la figure montre ainsi qu'un horizon de consolidation d'au moins 7 ans est nécessaire. On pourrait faire le choix d'aller au-delà de 7 ans. Le graphique met cependant en avant deux points importants. Le premier est le niveau de dette que l'on est prêt à accepter. Selon notre simulation, une consolidation sur 7 ans donne un niveau de dette de 119 % de PIB en fin de consolidation. Chaque année supplémentaire entraîne une augmentation de la dette d'environ 1 point de plus. Or, aujourd'hui seuls deux pays européens ont un ratio de dette supérieur à 120 % du PIB : l'Italie (environ 140 %) et la Grèce (150 %). Le Portugal, quant à lui, a pris des mesures fortes pour faire baisser sa dette lorsque celle-ci est passée au-dessus de 120 %. On peut donc

⁶ Source : Programme de Stabilité (2024) : « tableau 5 : solde primaire corrigé des effets du cycle » (avril). Le déficit structurel de 2023 est estimé à environ 4,8 points de PIB, et la charge d'intérêts à 1,7 point de PIB.

Consolider les finances publiques : une approche par le contrôle optimal

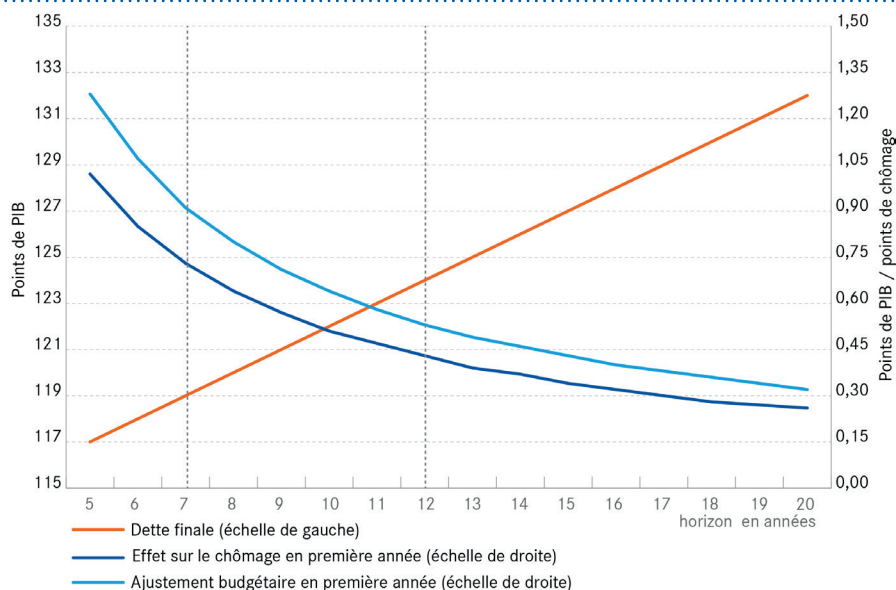
penser qu'il serait difficile de laisser la dette dépasser les 125 % de PIB sans risquer une forte hausse des taux d'intérêt et des effets d'éviction coûteux.

L'autre considération importante est celle des règles budgétaires européennes. Depuis juin 2024, la France fait l'objet d'une procédure de déficit public excessif. Pour respecter ses engagements dans le cadre du volet correctif du pacte de stabilité et de croissance, elle doit faire un ajustement structurel minimum de 0,5 point par an. Sur la base de ces deux critères, la figure 2 montre qu'il faudrait placer l'horizon d'ajustement entre 7 et 12 ans.

Pour conclure, une consolidation budgétaire en vue de réduire le déficit structurel doit se faire avec des impulsions budgétaires plus fortes en début de période et qui décroissent dans le temps, et le rythme général augmente avec le coût de la dette et diminue avec la taille des multiplicateurs. Par exemple, une consolidation sur 7 ans implique de faire un ajustement structurel primaire de 0,8 à 0,9 point de PIB en première année, diminué ensuite linéairement sur la période. Si $r=g$, cela augmente la dette publique d'environ 9 points de PIB en fin de consolidation.

En pratique, le gouvernement bénéficie d'un effet d'aubaine, avec des taux d'intérêt plus faibles à court terme sur le stock de dette et une maturité élevée de la dette. Dans un scénario optimiste (programme de stabilité 2024-2027), cet effet d'aubaine pourrait diminuer le ratio de dette de l'ordre de 5 points en 2027 par rapport à notre simulation où $r=g$. Mais les marges de manœuvre offertes par cet effet d'aubaine ne sont pas très grandes et sont appelées à se réduire, d'où la nécessité d'une consolidation qui commence sans tarder. Il est possible de faire le choix d'étaler la consolidation sur plus de 7 ans, mais aller au-delà de 12 ans risque d'avoir un fort coût en termes de crédibilité et d'aboutir à un niveau élevé de dette stabilisée.

Figure 2. Quel horizon pour le plan de consolidation ? Effet sur la dette finale, l'ajustement budgétaire initial et le chômage en première année



Source : calculs des auteurs basés sur le modèle présenté dans ce Focus. Le modèle ne prend pas en compte l'effet probable sur les taux d'intérêt d'une augmentation de la dette publique. Pour obtenir l'effet sur le chômage, on fait l'hypothèse d'un multiplicateur statique de 1 et d'une élasticité du chômage à l'écart de production de 0,8.